STATISTICS

STIMATORI

PROPRIETA’ DEGLI STIMATORI: proprietà che gli stimatori possono avere e che sono desiderabili in quanto caratterizzano la stima con caratteristiche che aumentano l’utilità della stima stessa (come la possibilità di calcolare statistiche, o la certezza di ottenere stime non distorte o con varianza dei parametri minimizzata).  
Tali proprietà sussistono solo al pervenire di alcune assunzioni, che cambiano in relazione alla metodologia di stima (Ex: OLS, MLE o GMM). Pertanto, al sussistere di alcune assunzioni, la stima assumerà alcune proprietà desiserabili, che consentiranno allo statistico di non cambiare modello/di utilizzare il modello in maniera canonica (testandone i parametri etc.).

1. Non-distorsione: l’aspettativa della stima coincide con il parametro effettivo
2. Consistenza: al crescere di n la SE(b\*) converge a SE(b), rendendo la stima più precisa (SE(b) misura la variabilità della tima b\* al variare dei campioni di stima): campioni più grandi stimano parametri più precisi, con una varianza del parametro minore.
3. Efficienza: lo stimatore ha varianza minima rispetto gli altri stimatori non distorti
4. Normalità asintotica: al crescere di n il parametro stimato tende a distribuirsi normalmente
5. Sufficienza: la stima cattura interamente l’informazione fornita dal campione

Gauss-Markov: it states that OLS is the unbiased linear (i.e. GLS, WLS, not MLE or GMM) estimator with minimum variance, if some assumptions occur.

Cramer-Rao lower bound: it states that unbiased and consistent estimators have “at least THAT variance”, define as the inverse of Fisher matrix

Non distorsione: il valore atteso della stima sul parametron coincide con il parametro effettivo, per cui non vi è mai una deviazione sistematica dal valore reale che si sta tentando di stimare.

E(b\*) = b

La distorsione dei parametri invalida completamente la stima. Se un modello mostra distorsione deve essere cambiato con un altro modello opportune alla gestione delle assunzione implicite nei dati utilizzati e nelle assunzioni che si voglio fare, che di loro volta determinano proprietà implicite (come l’endogeneità etc.)

Consistenza: grandi campioni forniscono stime di b con una varianza minore rispetto a quella che si avrebbe con campioni più piccoli. Per cui, anche se lo stimatore è non distorto, piccoli campioni tenderebbero a fornire valori più diversi rispetto a quelli che si osserverebbero ripetendo la stessa stima su campioni più grandi. Per cui, la dispersione di beta attorno alla sua media (non osservata) è ridotta quando il campione aumenta, i valori stimati su grandi campioni sono tutti molto vicini tra loro.

Lim n --> ꝏ [Pr(|b\* - b|>= e)] = 0

Un modello non consistente produce una stima non attendibile, poichè la varianza dei parametri nn si reduce all’aumentare dei campioni, per cui anche grandi campioni possono mostrare stime molto differenti, per quanto la loro media rimanga stabile. Tuttavia, uno stimatore può essere consistente e distorto, il bias ridurrà al crescere di n, ma rimarrà sempre una deviazione, per quanto piccolo. Se quella deviazione oltre a ridursi tende anche a zero, allora lo stimatore è asintoticamente non distorto.

Normalità asintotica: al crescere di n la stima del parametro tende a distribuirsi normalmente. Tanto più i campioni di stima saranno grandi, tanto più le stime effettuate, se raffigurate in un istogramma, mostreranno un andamento normale.

n1/2(b\* - b) / s --> N(0, 1)

La normalità asintotica implica l’efficienza.

NOTE DI MATEMATICA STATISTICA

Una funzione è funzione di densità se tutti I suoi valori sono maggiori di zero e l’integrale valutato nel dominio è pari a uno.

La *perdità di memoria* è una proprietà delle seguenti distribuzioni: geometrica, esponenziale

Al crescere delle estrazioni n la Binomiale(n, p) tende a una Poisson il cui lambda coincide con il valore atteso della binomiale: l = np

Pr(X2 < x) = Pr(-x1/2 < X < x1/2)

Se l’integrale di una funzione candidata a densità non è pari a uno, si potrà ottenere una densità molteplicandolo per il reciproco del suo valore, cosicché l’integrale per il valore così determinato sarà pari a uno.

La somma di Normali è una Normale che somma i parametri delle variabili coinvolte.

La somma di Gamma è una gamma che somma gli alpha.

La somma di Normali al quadrato è una Gamma(n/2, 1/(2s)) (vale anche quando c’è una sola variabile).